PDE-toolbox de Matlab

(Primeros Auxilios)

Curso 2004-2005

Irene Peral Walias

Explicación sobre un ejemplo.

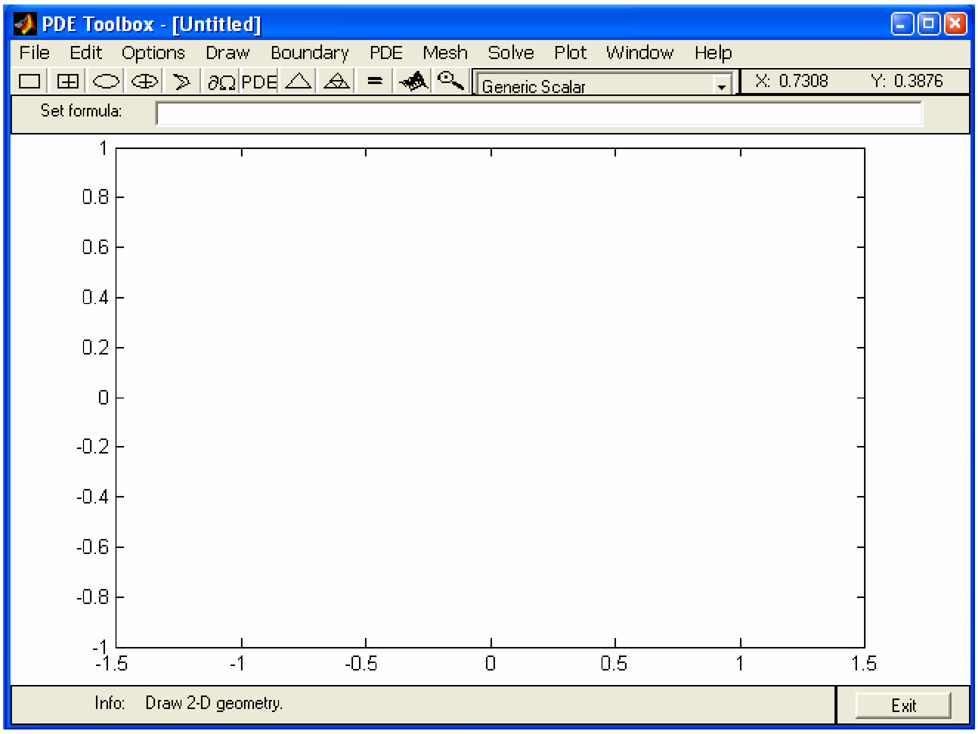
Sea el problema de contorno

$$\begin{cases} -\Delta u = -4 \quad en\ B(0,1). \\ u = 1 \quad en\ \partial B(0,1). \end{cases}$$

$$u(x,y) = x^2 + y^2$$

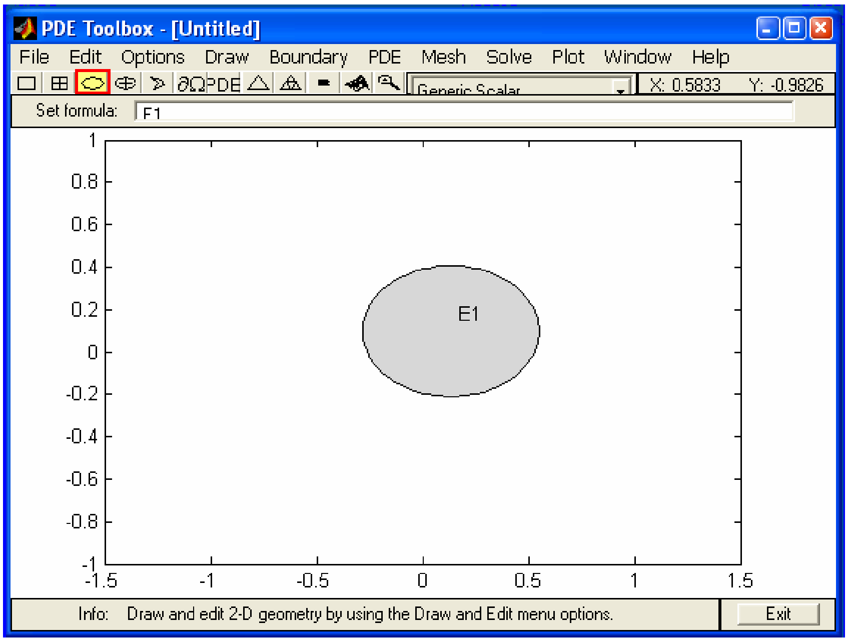
Vamos a utilizar la herramienta **pdetool** de MATLAB para resolverlo, mediante el *Método de Elementos Finitos.* Procedemos de la siguiente manera:

1. PDE Toolbox.
   En la pantalla de trabajo de MATLAB escribimos pdetool y damos enter.

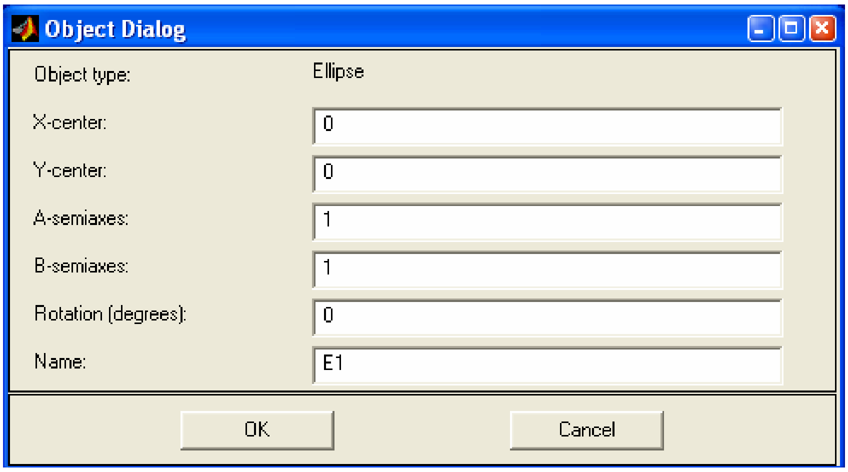


2. Dominio.
   Introducimos el dominio del problema (B(0,1)).

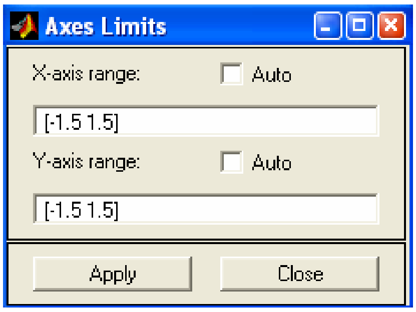
– Pulsamos en la tecla subrayada en la pantalla y pintamos una circunferencia arbitraria.



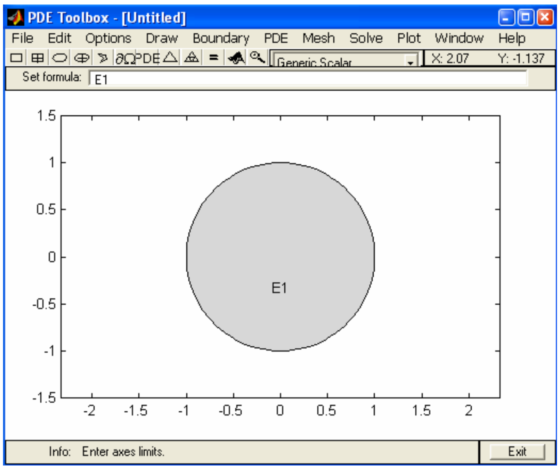
– Con el ratón, hacemos doble clic en la figura e introducimos el radio y el centro de la circunferencia de forma precisa.



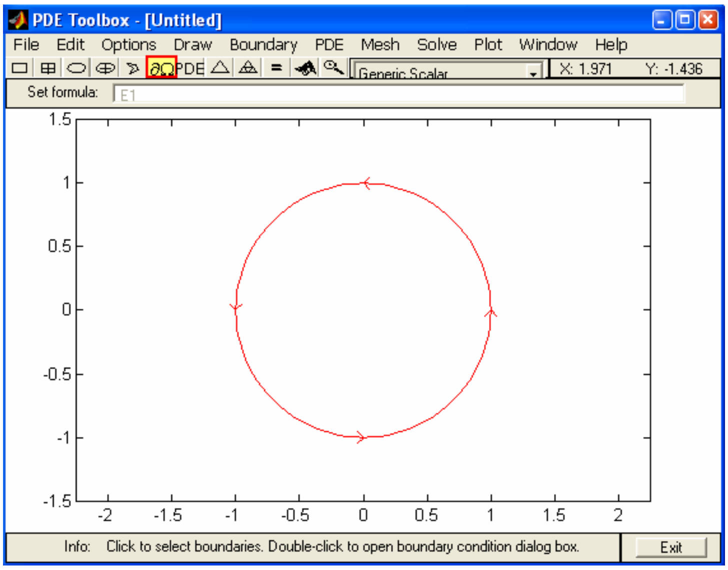
– Finalmente ajustamos los ejes. Para ello, pinchamos en Options – Axes limits e indicamos los limites que deseemos.



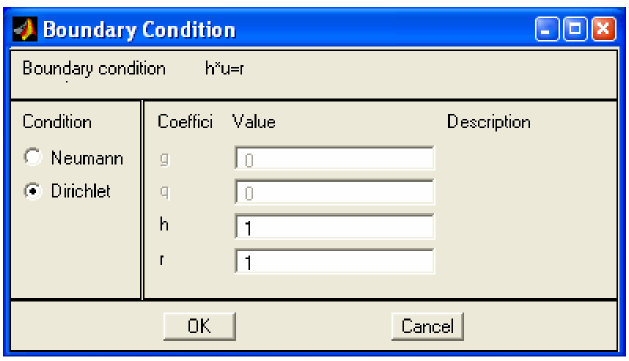
Una vez hecho esto, pinchamos en Options – Axes equal, obteniendo el dibujo del dominio deseado.



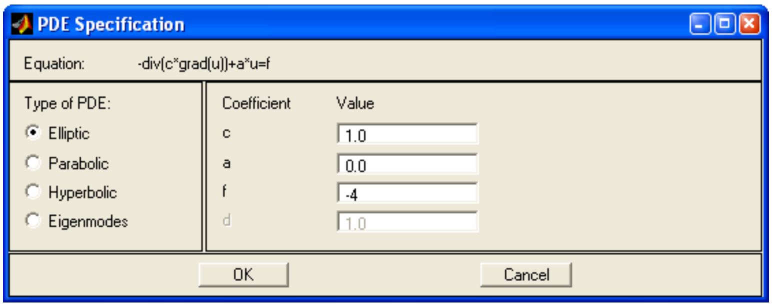
3. <u>Condiciones de Contorno.</u>
   Introducimos los valores en el contorno. Para ello pulsamos, con el ratón, sobre la tecla $\partial\Omega$, sombreada en amarillo en la figura. En este momento, aparece dibujado (como se muestra en la figura inferior) la frontera de nuestro dominio.



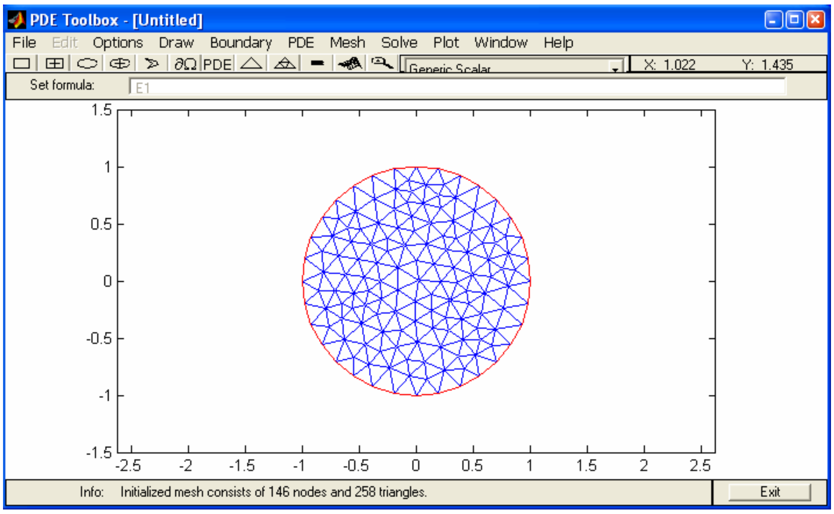
Pulsamos en cada una de las regiones de nuestra frontera y nos aparece la pantalla que mostramos, donde introducimos los valores de contorno. (Obsérvese que en el problema que nos ocupa son condiciones de Dirichlet).

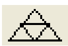


4. Ecuación.
   Seguidamente pasamos a escribir la ecuación de nuestro problema. Para ello, pulsamos, con el ratón, sobre la tecla PDE, y aparece la siguiente pantalla donde escribimos nuestra ecuación. (Obsérvese que el problema que nos ocupa es elíptico).

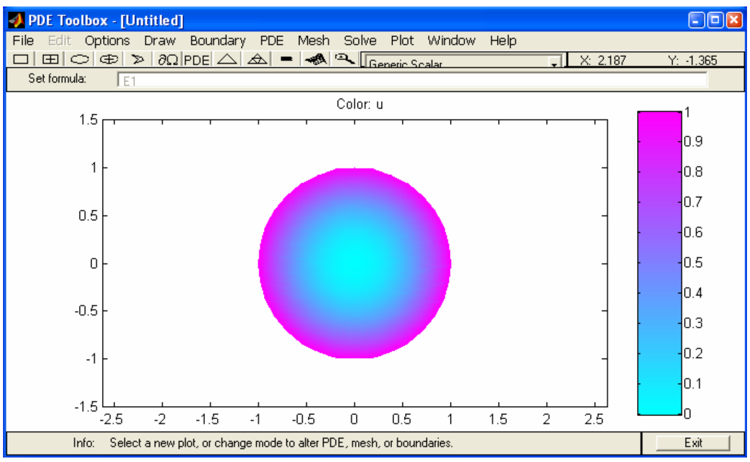


5. Mallado.
   Pulsamos en la tecla , para realizar una triangulación. Obtenemos:



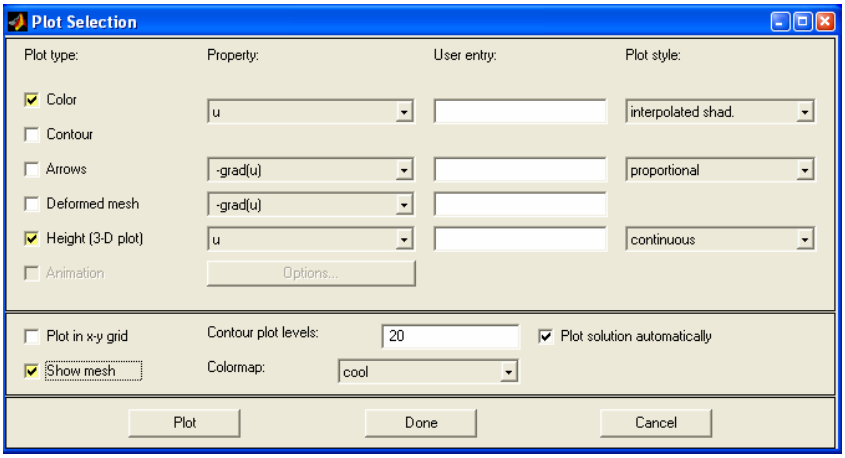
   Pulsando la tecla:  hacemos una triangulación más fina, es decir, cuantas más veces la pulsamos más fino queda el mallado.

6. Solución.
   Para obtener la solución del problema hemos de pulsar en la tecla = y obtenemos la pantalla:

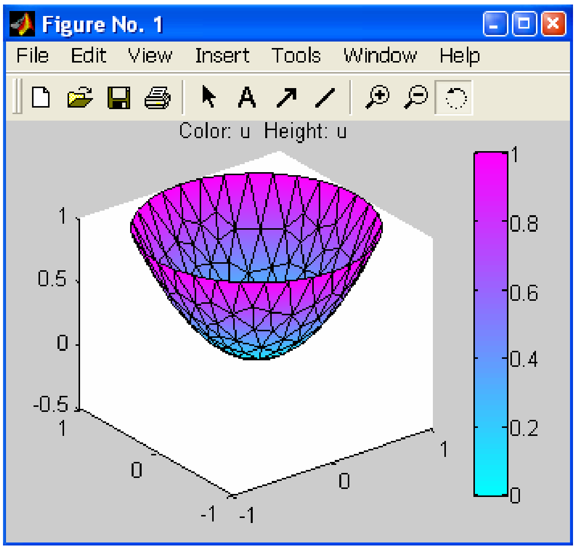


7. Gráfica de la Solución.

Para dibujar la solución pulsamos la tecla  y obtenemos la siguiente pantalla:

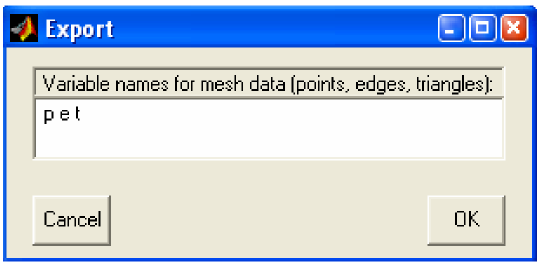


Como se puede observar, hemos marcado que nos dibuje la solución en tres dimensiones, en color y que muestre el mallado. Una vez seleccionado esto, pulsamos Plot y obtenemos el dibujo deseado.



8. Exportación de la Triangulación y la Solución.

Exportamos a MATLAB la malla. Para ello pulsamos Mesh y ahí Export Mesh, obteniendo la siguiente pantalla:



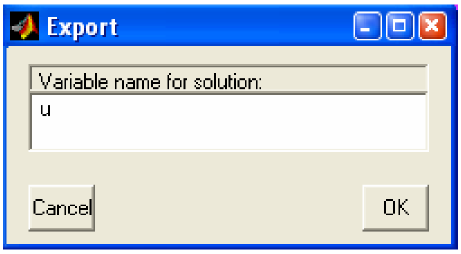
Donde:

- **p** es una matriz de tamaño 2xN que contiene las coordenadas de los nodos de la malla, es decir,

$$\begin{cases} x = p(1,:) \\ y = p(2,:) \end{cases}$$

- **e** guarda información sobre las aristas.
- **t** almacena información de los triángulos (vértices de los triángulos, subdominos).

Para exportar la solución obtenida mediante la herramienta pdetool pulsamos en Solve y ahí Export Solution, obteniendo la pantalla:



Donde:

- **u** guarda la solución en cada nodo. Matriz de dimensión Nx1.

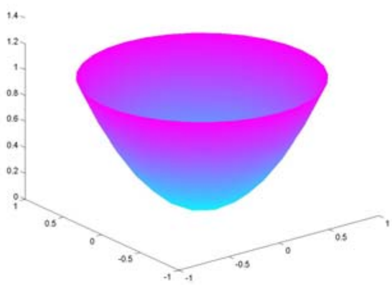
Una vez hecho esto, en la pantalla de trabajo de MATLAB, como conocemos la solución exacta, hacemos un estudio del error cometido en norma infinito y dibujamos la solución exacta con el comando **pdesurf**.

>> whos

Name	Size	Bytes	Class
ans	1x8	16	char array
e	7x32	1792	double array
p	2x146	2336	double array
t	4x258	8256	double array
u	146x1	1168	double array

Grand total is 1702 elements using 13568 bytes

```
>> x=p(1,:);
>> y=p(2,:);
>> uexact=(x.^2+y.^2)';
>> norm(uexact-u,inf)
   ans = 0.0047
>> pdesurf(p,t,uexact)
```



Observación.

La herramienta pdetool de MATLAB, solo sirve para problemas con dominios bidimensionales.